

1 группа. Материалы десятого занятия.

Старые задачи

Экстремумы

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции f на заданном множестве

1. $f(x, y) = (x + y)e^{xy}, -2 \leq x + y \leq 1;$

2. $f(x, y) = \sin x + \sin y - \sin(x + y), x + y \leq 2\pi, x \geq 0, y \geq 0;$

3. $f(x, y) = y^4 - x^4, x^2 + y^2 \leq 9.$

2. Будет ли точка $(0, 0)$ локальным экстремумом функции

1. $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2 - 3x^3 + 3x^2y + x^4?$

2. $f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2 - 2x^3 + 2x^2y + 3x^4 - x^3y?$

3. (*) Докажите, что найдётся такое вещественное число λ , что

$$\lim_{m^2+n^2 \rightarrow \infty} |m^2 - \lambda n^2| = \infty,$$

но ни для каких $\varepsilon > 0$ и $C > 0$ оценка

$$|m^2 - \lambda n^2| \geq C(1 + m^2 + n^2)^\varepsilon$$

не является справедливой.

Новые задачи

Теорема о неявной функции

4. Найдите первый (и в первом пункте — второй) дифференциал неявной функции $z = z(x, y)$, заданной уравнением

1. $x^2 + y^2 + z^2 = a;$

2. $z^3 - 3xyz = a;$

3. $xyz = x + y + z;$

4. $F(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2) = 0;$

5. $F(xz, yz) = 0.$