

1 группа. Материалы двенадцатого занятия.

Старые задачи

Асимптотики неявных функций

1. Найдите три первых члена асимптотического разложения неявной функции $y = y(x)$ в окрестности указанной точки (и докажите корректность определения такой функции).

1. $\sin y = y + x^3$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$;

2. $e^y = y + y^2/2 + x^3$, $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

2. Рассмотрим уравнение $we^w = x$. Докажите, что при $x > 0$ это уравнение определяет функцию $w = W(x)$, называемую функцией Ламберта. Докажите асимптотическое разложение

$$W(x) = \log x - \log \log x + \frac{\log \log x}{\log x} + o\left(\frac{\log \log x}{\log x}\right).$$

3. Найдите первые три члена асимптотического разложения функций $y = y(x)$ на бесконечности ($x \rightarrow \infty$). Функции заданы уравнениями

1. $y^2 + \log^2 y = x$;

2. $e^{xy} + x^2 + y = 1$.