

2 группа. Материалы одиннадцатого занятия.

Старые задачи

Исследование экстремумов

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции f на заданном множестве

1. $f(x, y) = \sin x + \sin y - \sin(x + y), x + y \leq 2\pi, x \geq 0, y \geq 0;$

2. $f(x, y) = y^4 - x^4, x^2 + y^2 \leq 9.$

Новые задачи

Теорема о неявной функции

2. Найдите первый и второй дифференциал неявной функции $z = z(x, y)$, заданной уравнением

1. $x^2 + y^2 + z^2 = a;$

2. $z^3 - 3xyz = a;$

3. $xyz = x + y + z;$

4. $F(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2) = 0;$

5. $F(xz, yz) = 0.$

3. Найдите $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ в точке $u = 1, v = 1$, где

$$\begin{cases} x = u + \ln(v); \\ y = v - \ln(u); \\ z = 2u - v. \end{cases}$$

4. Пусть функция $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ подходит под условие теоремы о неявной функции для любой пары переменных (в окрестности некоторой точки) и задаёт неявные функции $x(y, z)$, $y(x, z)$ и $z(x, y)$. Докажите тождество

$$\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1.$$