2 группа. Материалы двенадцатого занятия.

Старые задачи

Теорема о неявной функции

1. Найдите первый и второй дифференциал неявной функции $z = z(x, y)$, заданной уравнением

   1. $F(x + y + z, x^2 + y^2 + z^2) = 0$;

2. Найдите $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ в точке $u = 1$, $v = 1$, где

$$\begin{cases} x = u + \ln(v); \\ y = v - \ln(u); \\ z = 2u - v. \end{cases}$$

3. Пусть функция $F\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ подходит под условие теоремы о неявной функции для любой пары переменных (в окрестности некоторой точки) и задаёт неявные функции $x(y, z)$, $y(x, z)$ и $z(x, y)$. Докажите тождество

$$\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1.$$