

1 группа. Материалы четвёртого занятия.

Замена переменной в дифференциальных уравнениях в частных производных

Старые задачи

1. Вычислите следующие пределы:

1. $\lim_{R \rightarrow +\infty} \int_0^\pi e^{-\sin R\theta} d\theta,$

2. $\lim_{R \rightarrow +\infty} \int_0^\pi e^{-R \sin R\theta} d\theta.$

2. Для целого числа n рассмотрим функцию Бесселя $J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\varphi - x \sin \varphi) d\varphi$. Докажите тождество

$$x^2 J_n''(x) + x J_n'(x) + (x^2 - n^2) J_n(x) = 0.$$

Новые задачи

3. Вычислите следующие интегралы, дифференцируя по параметрам (будьте осторожны — важно следить за сходимостью интегралов!)

1. $\int_0^1 \frac{x^b - x^a}{\ln x} dx, a, b > 0,$

2. $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} e^{-ax} dx,$

3. $\int_0^\infty \sin \lambda \cos(\lambda x) \frac{d\lambda}{\lambda},$

4. $\int_0^\infty e^{-x^2 - \frac{a^2}{x^2}} dx.$

5. $\int_0^\infty \frac{e^{-x} - \cos x}{x} dx,$

6. $\int_0^\infty \sin(x^2) dx,$