

1 группа. Материалы пятого занятия.

Вычисление интегралов, зависящих от параметра

Старые задачи

1. Вычислите следующие интегралы, дифференцируя по параметрам (будьте осторожны — важно следить за сходимостью интегралов!)

$$1. \int_0^{\infty} \sin \lambda \cos(\lambda x) \frac{d\lambda}{\lambda},$$

$$2. \int_0^{\infty} e^{-x^2 - \frac{a^2}{x^2}} dx.$$

$$3. \int_0^{\infty} \frac{e^{-x} - \cos x}{x} dx,$$

$$4. \int_0^{\infty} \sin(x^2) dx,$$

Новые задачи

Повторные интегралы

2. Вычислите интегралы от функций двух переменных (по мере Лебега):

$$f(x, y) = x \sin(y) + y \sin(x), \quad X = \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \times \left[0, \frac{\pi}{2}\right];$$

$$f(x, y) = \min(x, y), \quad X = [0, a] \times [0, a];$$

$$f(x, y) = x^2, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\};$$

$$f(x, y) = y, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\};$$

$$f(x, y) = |x|, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\};$$

$$f(x, y) = \log y, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq \sqrt[3]{x}\}.$$