

1. Тензорное произведение.
2. Симметричные и антисимметричные тензоры.
3. Внешнее умножение.
4. Звёздочка Ходжа.
5. Дифференциальные формы на евклидовом пространстве: определение, умножение и пересадка.
6. Внешний дифференциал.
7. Точные и замкнутые формы на областях евклидова пространства. Теорема Пуанкаре.
8. Пример замкнутой неточной формы.
9. Классические операторы векторного анализа.
10. Кодифференциал и его свойства.
11. Оператор Ходжа—Лапласа на евклидовом пространстве.
12. Векторные расслоения: определение и примеры.
13. Задание векторного расслоения матрицами перехода. Сумма Уитни.
14. Сечения, локальные базисные системы сечений и их связь с локальными тривиализациями,
15. Подрасслоения. Описание в терминах систем сечений.
16. Гомоморфизмы векторных расслоений. Теорема о ядре и образе гомоморфизма постоянного ранга. Примеры применения.
17. Дифференциальные формы на многообразиях. Пересадки, дифференциал.
18. Выражение дифференциала 1-формы в терминах скобки Ли.
19. Интеграл дифференциальной формы по области евклидова пространства, независимость от замены переменной.
20. Ориентация многообразия и интеграл дифференциальной формы по ориентированному многообразию.
21. Формула Стокса.
22. Следствия из формулы Стокса (включая теорему Гаусса—Остроградского).
23. Интегралы замкнутой формы по гомотопным путям. Точность замкнутых 1-форм на односвязных многообразиях.
24. Когомологии де Рама: определение, теорема о сглаживании гомотопий и гомотопическая инвариантность (без построения сплетающего оператора).
25. Построение сплетающего оператора.
26. Простейшие вычисления и связь первых когомологий с фундаментальной группой.
27. Теорема Майера—Вьеториса для когомологий де Рама.
28. Когомологии сфер, евклидовых пространств и классификационные следствия.
29. Когомологии де Рама с компактным носителем: лемма Пуанкаре и вычисления для евклидовых пространств.
30. Старшие когомологии ориентируемых многообразий.
31. Старшие когомологии неориентируемых многообразий.
32. Сингулярные гомологии (обзорно).
33. Формула Стокса для цепей и оператор де Рама.
34. Предложение о соответствии операторов пересадки и Майера—Вьеториса.
35. Доказательство теоремы де Рама.
36. Оператор Ходжа—Лапласа и координатное представление его действия

на функции. Оператор Лапласа—Бельтрами на сфере.

37. Неравенство Гординга для эллиптических операторов на областях евклидова пространства.

38. Пространства Соболева на многообразии и неравенство Гординга для оператора D .

39. Доказательство первой теоремы Ходжа.

40. Вторая теорема Ходжа и связь гармонических форм с когомологиями.